引文格式:徐虹,李婷婷,方志祥,等.利用改进中心碰撞优化的低空旅游航线规划算法[J].武汉大学学报(信息科学版),2026,51(11):2502-2516.DOI:10.13203/j.whugis20260122

Citation: XU Hong, LI Tingting, FANG Zhixiang, et al. An Algorithm for Low-Altitude Tourist Route Planning with Improved Centered Collision Optimizer[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2026, 51(11): 2502-2516. DOI: 10.13203/j.whugis20260122

利用改进中心碰撞优化的低空旅游航线规划算法

徐 虹[1] 李婷婷[1] 方志祥[2] 冯明翔[3]

1 武汉科技大学城市建设学院,湖北 武汉,430065

2 武汉大学测绘遥感信息工程全国重点实验室,湖北 武汉,430079

3 武汉市规划研究院,湖北 武汉,430014

摘 要:随着低空空域的逐步开放和电动垂直起降飞行器技术的快速发展,低空旅游作为一种新兴的旅游方式展现出巨大潜力。城市环境下低空飞行旅游航线规划面临景观价值难以量化、建筑密集、特殊功能区禁飞或限飞导致可行域破碎等难题。为此,构建了路径规划的目标函数,提出了基于改进中心碰撞优化(improved centered collision optimizer,ICCO)的低空旅游航线规划算法。该算法采用了基于Sobol序列和反向学习的初始化策略、Levy飞行位置更新策略、边界修正机制以及差分进化等策略,能有效优化初始路径种群的分布,保证算法收敛稳定性以及增强算法的局部搜索能力。实验结果表明,ICCO生成的路径平滑且不违反约束,其求解精度、收敛速度、稳定性和约束处理能力都优于其他对比算法;所提方法能够规划出具有最小目标函数解的路径,有效协调美观、低扰、平稳、经济四大需求,为低空旅游的实践应用提供关键支撑。

关键词:电动垂直起降飞行器;低空旅游航线规划;改进中心碰撞优化算法

中图分类号:P208 **文献标识码**:A **收稿日期**:2026-04-16

DOI:10.13203/j.whugis20260122 **文章编号**:1671-8860(2026)11-2502-15

An Algorithm for Low-Altitude Tourist Route Planning with Improved Centered Collision Optimizer

XU Hong[1] *LI Tingting*[1] *FANG Zhixiang*[2] *FENG Mingxiang*[3]

1 Urban Construction Institute, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065, China

2 State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China

3 Wuhan Planning & Design Institute, Wuhan 430014, China

Abstract: **Objectives**: With the gradual opening of low-altitude airspace and the rapid advancement of electric vertical takeoff and landing technologies, low-altitude tourism has developed into a promising new form of travel. However, route planning for low-altitude sightseeing in urban environments faces multiple difficulties: The difficulty in quantifying landscape appreciation values, dense building clusters, fragmented feasible flight zones caused by no-fly or restricted-flight regulations over special functional areas, and the unstable performance of traditional metaheuristic algorithms in such complex scenarios. A low-altitude tourism route planning algorithm based on an improved centered collision optimizer is proposed to obtain a multi-objective balanced optimal path in complex environments. **Methods**: For low-altitude tourism scenarios, an objective function is established incorporating four key dimensions: landscape appreciation value, noise impact, flight cost, and flight smoothness. Aiming at the drawbacks of the original centered collision optimizer (CCO) (including uneven initial population distribution, crude boundary handling, and insufficient local search capability), an improved CCO (ICCO) is proposed with four major improvement strategies: Optimizing

基金项目:武汉市自然资源和城乡建设局科技计划(202512);湖北省自然科学基金(2025AFB400)。

第一作者:徐虹,博士,教授,研究方向为数智城市规划与历史建筑遗产保护。xuhong@wust.edu.cn

通信作者:方志祥,博士,教授。zxfang@whu.edu.cn

the initial population using Sobol sequence and opposition-based learning, employing a Levy flight position update strategy to enhance global search capability, a boundary correction mechanism to improve convergence stability, and a differential evolution strategy to strengthen local fine-tuning ability. For large-scale tourist airspace, a block-wise planning followed by smooth connection strategy is adopted: The ICCO algorithm is used to compute the optimal path for each sub-region, and the segmented paths are further integrated into a complete flight route using cubic B-spline smooth connection techniques. **Results:** In comparative experiments conducted across six urban sub-regions (A-F) with varying terrain complexity and constraint density, ICCO consistently found the optimal solution fastest and outperformed genetic algorithm, particle swarm optimization, grey wolf optimizer, and the original CCO in convergence speed, solution accuracy, and stability. The standard deviation of ICCO was the smallest across all environments, and in environment C, it reached zero, indicating perfect repeatability. In environment E, which featured the most complex terrain and demanded the highest multi-objective balance, ICCO achieved an optimal fitness value of −1 098.20, which was 26.77% lower than genetic algorithm, 8.30% lower than grey wolf optimizer, 47.72% lower than particle swarm optimization, and 0.24% lower than CCO. Ablation experiments confirmed that each of the four improvement strategies contributed positively to the overall performance. A preliminary assembly of the routes generated by ICCO revealed angle violations at the connection nodes (climb angles or turn angles). After smoothing these nodes using B-spline interpolation, a complete low-altitude tourism route satisfying all angle constraints was obtained. **Conclusions:** The combination of improvement strategies enhances the algorithm's performance. The proposed low-altitude tourism route planning method based on the ICCO algorithm can effectively generate smooth, economical, and visually appealing low-altitude tourism routes. It possesses high practical value and can provide reliable technical support for the practical implementation of low-altitude tourism.

Key words: electric vertical take-off and landing; low-altitude tourism route planning; ICCO algorithm

随着国家低空空域管理改革的持续深化和电动垂直起降飞行器(electric vertical take-off and landing,eVTOL)技术的快速成熟,低空经济已成为全球增强区域竞争优势的重要抓手[1]。作为通用航空与文旅产业深度融合的新业态,eVTOL能够为游客提供独特的空中视角和沉浸式、多层次的观光体验,具有广阔的市场前景和社会经济价值[2]。

然而,目前绝大多数的路径规划研究是针对无人机开展的,且相关研究已从单一场景向多元化应用场景拓展[3]。在山地等复杂地形环境中,研究主要聚焦于地形跟随、障碍规避及高程约束下的路径平滑性优化[4-6];而在城市环境中,研究则更多关注物流配送场景下的建筑避障、禁飞区规避及多机协同调度问题[7-8]。这些研究为eVTOL路径规划提供了技术支撑。eVTOL作为城市空中交通的核心载体,其航线规划研究仍处于起步阶段[9]。现有少量涉及eVTOL的研究,多聚焦于最短路径优化、障碍物规避、能源消耗、安全风险和噪声影响等目标,但研究范围都较小,缺乏复杂城市环境下的三维航路规划研究[10-12]。面向eVTOL的低空旅游航线规划是一项复杂的多约束优化问题,对景观观赏性、乘坐舒适性和运行经济性提出了更高要求。城市低空空域环境复杂,航线规划需综合考虑地形起伏、建筑障碍、管制区限制、噪声敏感、安全距离等多重地理信息约束,同时兼顾航程成本和景观观赏等多元目标,搜索空间庞大,对算法的求解能力构成严峻挑战[13]。

路径规划是飞行器自主飞行的核心技术,经过数十年发展已形成丰富的方法体系。常用的算法主要分为3类:图搜索算法、线性规划算法和启发式智能优化算法[14-15]。图搜索算法将环境模型转化为拓扑空间,主要包括Dijkstra算法、A*算法、快速扩展随机树算法,这类算法在二维环境中表现良好,但应用于三维复杂环境时存在路径平滑度低、计算复杂度高等问题[16-18]。线性规划算法主要包括混合整数线性规划算法,这类算法在有限计算时间内无法处理决策变量较多的问题[19]。随着任务复杂度的提升,启发式智能优化算法越来越多地应用于路径规划领域,遗传算法(genetic algorithm,GA)、粒子群优化算法(particle swarm optimization,PSO)、蚁群算法、灰狼优化算法(grey wolf optimizer,GWO)、鲸鱼优化算

法等群智能算法因结构简单、参数少、易于实现等优点受到广泛关注[20-23]。为适应复杂环境下的路径规划需求,学者们提出了多种改进算法,文献[24]融合GWO与人工势场法,通过降维策略提升路径规划效率;文献[25]提出了一种多策略协同PSO,通过整合多样化的学习策略来提升表现;文献[26]通过自适应柯西变异、增强交叉算符等策略改进浮游算法,以解决农业无人机的二维路径规划问题;文献[27]在蜣螂优化算法基础上引入混沌策略、加入指数递减惯性权重等,提升收敛速度、获得更优路径。

中心碰撞优化算法(centered collision optimizer,CCO)作为一种新型元启发式算法,通过主成分分析与种群分类协作机制,在平衡探索与开发方面展现出独特优势[28]。然而,标准CCO算法在本文路径规划场景下仍存在以下问题:建筑、禁飞区等障碍使可行解空间分布不均,CCO算法的随机初始化难以覆盖全局,影响路径的质量和收敛速度;本文的景观价值区域呈现点状分布,均匀分布的位置更新策略会导致算法在后期搜索中陷入高景观价值区域的局部最优;边界处理方式简单,易造成路径搜索过程的不确定性波动,难以收敛到最优路径解;局部搜索能力难以在复杂约束环境中实现精细优化。

针对上述问题,为实现复杂城市环境中低空旅游路径规划,本文构建了综合考虑景观价值、噪声影响、航程成本和飞行高度的目标函数,同时提出一种改进的CCO(improved CCO,ICCO),选取PSO、GWO、GA及标准CCO作为对比算法,在多个环境中进行多轮实验,以验证改进算法在复杂城市环境下低空旅游路径规划的适用性。

1 低空旅游航线规划方法

1.1 eVTOL路径规划问题建模

低空旅游航线规划需综合考虑游客观景体验、对城市环境的影响、航线运营的成本,因此本文的航线规划明确了高景观价值、低噪声影响、平稳、经济四大优化目标。

高景观价值是游客对航线的观光需求,航线应尽可能多地覆盖优质景观资源,本文通过美观性和特色性来衡量航线所经区域的景观观赏价值。通过网络爬虫收集社交媒体平台(大众点评、抖音)游客对研究区(本文以武汉市三环内为研究区)主要景点的评论文本,对每条评论进行分词处理,分别统计包含“美观性”(美丽、风景优美、秀丽等)和“特色性”关键词(特色、地标、标志等)的评论数量。景观价值V的计算公式为:

$$V=\frac{C_b}{C}+\frac{C_f}{C} \tag{1}$$

式中,C_b、C_f分别为某景点“美观性”“特色性”关键词评论数量;C为该景点总评论数量。最终得到图1所示柱状图,以此为依据将景观区划分出一级景观区(景观价值排名前6的景观区)、二级景观区(排名第7~18的景观区)。考虑到武汉市水系景观是一大城市特色,所以将研究区内除一、二级景观区外的江河湖泊设置为三级景观区。研究区域内的每个栅格单元(x,y)赋予景观代价系数$C_{\text{landscape}}$:

$$C_{\text{landscape}}=\begin{cases}-20,(x,y)\in\Omega_{\text{level1}}\\-10,(x,y)\in\Omega_{\text{level2}}\\-5,(x,y)\in\Omega_{\text{level3}}\\0,\text{其他区域}\end{cases} \tag{2}$$

式中,Ω_{level1}表示一级景观区;Ω_{level2}表示二级景观区;Ω_{level3}表示三级景观区。

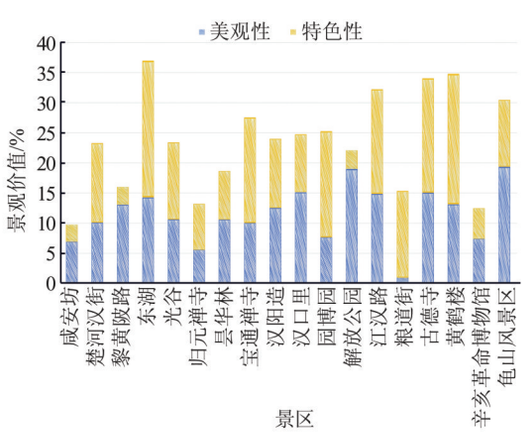


图1 景区景观价值统计图

Fig. 1 Landscape Value Statistics for Scenic Area

对于由n个离散路径点构成的航线route$=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$,景观代价f_L定义为航线经过所有栅格的景观代价系数之和,计算公式为:

$$f_L=\sum_{i=1}^{n}C_{\text{landscape}} \tag{3}$$

该代价函数为负值,值越小,表示航线经过的景观价值越高,从而引导算法优先经过高景观价值区域,提升游客的空中观光体验。

低噪声影响是对城市敏感区域的保护,本文参考《武汉市声环境功能区类别规定(2026年版)》,将研究区域分为4类声环境功能区,并分别赋予基准噪声代价$C_{\text{zone}}(x,y)$:1类区(住宅、学

校、医院)赋值10,2类区(商业混合)赋值6,3类区(工业)赋值3,其余地块为4类区,赋值0。基准代价反映不同功能区对噪声的敏感程度,值越大表示越需规避。

考虑噪声随传播距离的衰减特性,引入高度衰减因子$\eta(z)$:

$$\eta(z)=\frac{1}{1+\frac{z}{H_d}} \tag{4}$$

式中,z为飞行高度;H_d为衰减参考高度。对于航线上任意一点(x,y,z),其噪声影响代价为:

$$c_{\text{noise}}(x,y,z)=c_{\text{zone}}(x,y)\eta(z) \tag{5}$$

整条航线的总噪声代价f_N为各点噪声代价之和,其引导算法优先穿越低敏感功能区,从而有效降低对城市居住、教育、医疗等声环境敏感区域的干扰:

$$f_N=\sum_{i=1}^{n}C_{\text{noise}}(x_i,y_i,z_i) \tag{6}$$

平稳主要考虑到乘客的乘坐体验,随着高度增加,气象扰动也会增强,导致飞行器产生颠簸,应让航线尽量在可飞区域内保持较低且稳定的飞行高度。本文通过高度代价f_H来限制航线高度无序增加,f_H取航线各点高度的均值Z_i,其计算公式为:

$$f_H=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}z_i \tag{7}$$

经济主要考虑到运营诉求,应尽量避免航线迂回、缩短无效航程,以此提升航线运营效率,减少燃油消耗和运营成本。本文通过航程代价f_D来表征航线的经济性,值越小表示航线经济性越高。对于由n个离散点构成的航线,航程代价f_D定义为相邻点间欧氏距离的累加和,其计算公式为:

$$f_D=\sum_{i=1}^{n}[(x_i-x_{i-1})^2+(y_i-y_{i-1})^2+(z_i-z_{i-1})^2]^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

亿航的EH216-S是中国民航局审定的首个无人驾驶载人航空器系统,其全电动垂直起降能力与紧凑设计高度契合高密度城市短途观光运行,基本参数为:最大起飞重量620 kg,最大航程30 km,最大飞行高度200 m,最大航时25 min,最大飞行速度130 km/h[29]。本文eVTOL性能参照EH216-S,为保障飞行安全,航线规划需满足以下6项约束条件:

1)地形安全距离约束,航线高度不得低于地形高度与安全距离之和;

2)飞行高度约束,飞行高度不得超过飞行器的最大飞行高度以及城市飞行限高;

3)禁飞区约束,航线不得穿越禁飞区域(本文将研究区内的机场、火车站、机关单位及这些区域周围100 m划定为禁飞区);

4)爬升角约束,飞行器的爬升或俯冲角度不应超过最大俯仰角;

5)转弯角约束,飞行器进行水平转弯时,角度不应超过最大转弯角;

6)航程约束,单次载人运输航程不得超过飞行器最大航程。

针对航线规划高景观价值、低噪声影响、平稳、经济的优化目标,本文构建的目标函数由景观代价、噪声影响代价、高度代价和航程代价4部分加权组成,并将多项约束以惩罚函数形式融入适应度评估。综合适应度函数定义为:

$$F=\omega_1 f_L+\omega_2 f_N+\omega_3 f_D+\omega_4 f_H+\lambda R \tag{9}$$

式中,ω_1、ω_2、ω_3、ω_4分别为景观、噪声、航程和高度代价的权重系数;R是违反约束条件的项数;λ为惩罚系数,用于将约束违反情况放大;F即最佳适应度值,该值越小,代表路径质量越好。

1.2　基于ICCO的低空旅游航线规划算法

CCO是一种新型元启发式优化算法,其灵感来源于经典物理学中的对心碰撞方程。CCO与多数元启发算法采用多种位置更新策略不同,它通过单一的中心碰撞策略,分别在原始空间和去相关空间中并行执行位置更新,在保证收敛速度的同时有效提升了算法跳出局部最优的能力。

对心碰撞模型考虑两个质量分别为m_1和m_2的粒子,根据动量守恒定律,碰撞后速度表示为:

$$v_1=\frac{(m_1-em_2)u_1+(1+e)m_2u_2}{m_1+m_2} \tag{10}$$

$$v_2=\frac{(1+e)m_1u_1+(m_2-em_1)u_2}{m_1+m_2} \tag{11}$$

式中,u_1和u_2分别为m_1和m_2碰撞前速度;v_1和v_2分别为m_1和m_2碰撞后速度;e为恢复系数。CCO将粒子的速度向量映射为种群个体的位置向量,通过模拟个体间的随机碰撞实现种群更新。

针对低空旅游航线规划中搜索空间大、约束复杂、需兼顾多目标等特点,本文提出的ICCO在标准CCO框架基础上,通过引入Sobol序列与反向学习策略改进初始化,引入Levy飞行策略增强位置更新能力,设计确定性边界修正机制提升收敛效率,以及通过差分进化策略增强局部精细搜索能力。

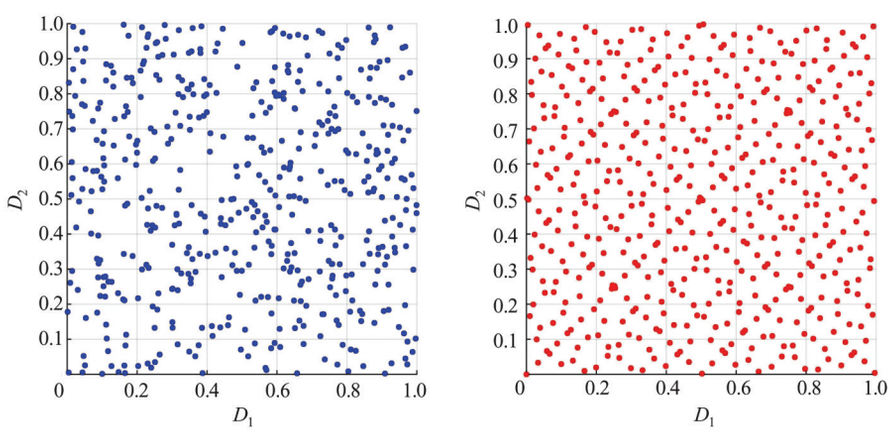
ICCO的整个路径搜索过程包括初始化、更新、优化3个阶段。(1)路径初始化阶段:在本文的研究空域模型中,依据前文定义的6项飞行约束条件以及构建的目标函数,采用Sobol序列与反向学习生成初始路径集。(2)路径更新阶段:为提升搜索路径的效率,构建两个搜索空间,根据两个空间成功更新路径的数量动态计算新一代的空间分配比例。(3)路径优化阶段:采用差分进化(differential evolution,DE)以一定概率对路径进行精调。记录此时的最优解,进入下一循环,重复路径更新以及优化阶段,直至到达迭代次数时输出最优路径。ICCO算法搜索低空航线最优解的具体策略如下:

1)算法初始化。低空旅游航线规划需要在城市三维空间中搜索连接起点与终点的可行路径。由于城市环境存在大量建筑、禁飞区、噪声敏感区等障碍,可行解区域呈现不规则分布。标准CCO采用完全随机初始化,导致初始航线种群集中分布于某些区域,遗漏其他潜在可行区域。为改善初始种群质量,ICCO引入Sobol序列[30]结合反向学习机制[31],使初始种群能均匀覆盖整个搜索空间。

Sobol序列是一种确定性的低差异序列,能够在高维空间中生成比伪随机数更均匀分布的点集。图2展示了两种初始化方法在二维平面上的种群分布对比,其中横纵坐标分别表示决策变量的任意两个维度,其中图2(a)为随机初始化的种群分布示意图,图2(b)为Sobol序列初始化的种群分布示意图。对于包含D个决策变量的优化问题,ICCO首先利用Sobol序列在[0,1]空间生成低差异点集S,然后将S的每个样本点$\boldsymbol{s}_i$映射至搜索空间,得到i个个体的位置向量$\boldsymbol{x}_i$(即一条候选航线方案):

$$\boldsymbol{x}_i = \boldsymbol{B}_l + (\boldsymbol{B}_u - \boldsymbol{B}_l) \odot \boldsymbol{s}_i \tag{12}$$

式中,$\boldsymbol{B}_l$和$\boldsymbol{B}_u$分别为D维搜索空间的上、下界;$\odot$表示逐元素乘法。该步骤保证了在规划区域内均匀散布候选航线方案,确保算法从一开始就能覆盖多类型潜在路径。



(a) 随机初始化　　(b) Sobol序列初始化

图2　初始化对比图

Fig. 2　Initial Comparison Chart

为进一步增强初始种群的多样性,ICCO对Sobol初始种群中的每条航线$\boldsymbol{x}_i$生成其中心对称航线$\boldsymbol{x}_i'$:

$$\boldsymbol{x}_i' = \boldsymbol{B}_l + \boldsymbol{B}_u - \boldsymbol{x}_i \tag{13}$$

将Sobol序列得到的航线种群X_{sobol}和反向学习得到的种群X'_{sobol}合并得到种群X_{total},计算所有个体的适应度后,选择适应度最优的P条航线个体作为最终的初始种群。

2)中心碰撞策略。ICCO采用CCO的位置更新策略,称为中心碰撞策略。在航线规划中,每个个体代表一条由若干控制点定义的候选航线,中心碰撞策略通过模拟“优等航线”与“普通航线”之间的信息交换,引导普通航线向更优方向调整。设第t代种群中的第i条航线为$\boldsymbol{x}_i^t$,将物理碰撞方程转换为优化框架下的位置更新公式:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}_i^{t+1} = \boldsymbol{U} \odot \boldsymbol{x}_{j_1}^t + (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{U}) \odot \big[\alpha(\boldsymbol{x}_{j_2}^t - \boldsymbol{x}_{r_1}^t) + \\ (1-\alpha)(\boldsymbol{x}_{j_3}^t - \boldsymbol{x}_{r_2}^t) + \boldsymbol{r} \odot \boldsymbol{x}_{j_4}^t + (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{r}) \odot \boldsymbol{x}_i^t\big]\end{aligned} \tag{14}$$

式中,$\boldsymbol{x}_{j_1}^t$、$\boldsymbol{x}_{j_2}^t$、$\boldsymbol{x}_{j_3}^t$和$\boldsymbol{x}_{j_4}^t$是从当前种群中随机选择的且适应度优于当前航线方案$\boldsymbol{x}_i$的4条航线;$\boldsymbol{x}_{r_1}^t$和$\boldsymbol{x}_{r_2}^t$是从种群中随机选择的两条航线;$\boldsymbol{r}$是[0,1]之间均匀分布的随机向量,用于调节非弹性碰撞部分的权重;$\boldsymbol{U}$是碰撞类型向量,其每个分量U_d决定对应维度层面的碰撞类型是弹性碰撞还是非弹性碰撞,向量$\boldsymbol{U}$生成规则由参数α决定:

$$\alpha=\frac{1}{3}\times\left(\cos\left(\frac{t\pi}{T_{\max}}\right)+1\right)+\frac{1}{5} \tag{15}$$

式中,t为当前迭代次数;$T_{\max}$为最大迭代次数。参数α随迭代自适应变化,在规划初期α较大,算法倾向于大幅度调整航线(弹性碰撞),便于快速探索不同的飞行走廊;在后期α减小,算法转为精细调整(非弹性碰撞),使航线逐渐收敛到最优路径。

路径搜索过程中,标准CCO采用均匀分布随机向量生成$\boldsymbol{U}$,当航线被大片建筑群或禁飞区困住时,只能在附近小范围调整而无法找到真正的绕行路径。为增强位置更新的随机性和跳出局部的能力,ICCO对向量$\boldsymbol{U}$的生成方式做出了改进,引入Levy飞行机制生成$\boldsymbol{U}$[32]:

$$\boldsymbol{U}\sim\mathrm{Levy}(\beta) \tag{16}$$

式中,β为Levy分布的特征参数。Levy飞行是一种具有重尾分布的随机游走模型,其特征是偶尔出现的长跳跃能够有效扩大搜索范围,本文采用Mantegna算法生成Levy飞行步长。首先生成两个独立的随机变量u和v,分别服从正态分布$u\sim N(0,\sigma_u^2)$和$v\sim N(0,1)$,其中σ_u定义为:

$$\sigma_u=\left(\frac{\Gamma(1+\beta)\sin(\pi\beta/2)}{\Gamma((1+\beta)/2)\beta 2^{(\beta-1)/2}}\right)^{1/\beta} \tag{17}$$

式中,$\Gamma()$为伽玛函数;σ_u为控制Levy步长尺度的一个参数,由特征参数β决定。

图3所示为Levy策略在坐标轴中随机生成的二维寻路轨迹,可见偶尔出现的长跳跃使轨迹在空间中大幅移动,而大部分步长较小形成局部细节搜索。从图4的步长分布可以看出,Levy飞行存在明显的重尾分布,大多数步长集中在零附近,但尾部延伸到150 m说明存在长跳跃。将生成的Levy随机向量应用于位置更新公式,可有效提高算法跳出局部最优的概率,增强全局探索能力。

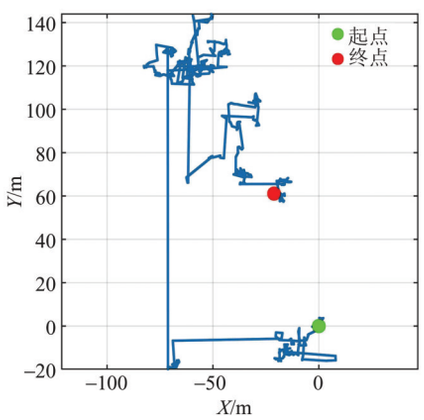


图 3　Levy飞行轨迹图

Fig. 3　Levy's Flight Path

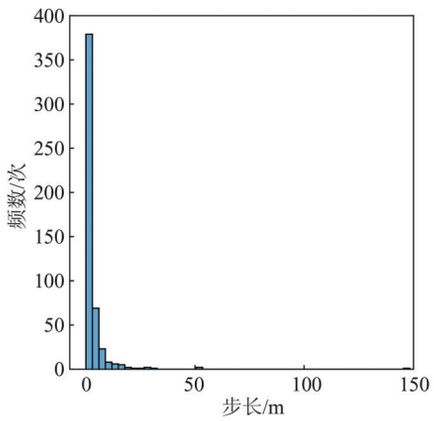


图 4　Levy飞行步长分布

Fig. 4　Levy Walk Distribution

3)去相关空间(decorrelated space,DS)更新。低空旅游航线规划的约束涉及多个维度,例如降低飞行高度可能增加与建筑的碰撞风险,提升高度又使高度代价变大。为解耦这些相互关联的约束,ICCO沿用了CCO的去相关空间机制,此机制能解决原始空间(original space,OS)中变量之间可能存在的高相关性导致算法陷入局部最优的问题。CCO算法通过对部分个体的协方差矩阵进行特征值分解,构建一个新的正交基空间,在此空间中变量间的相关性被部分消除,使算法从不同角度探索去空间。首先,计算协方差矩阵$\boldsymbol{C}$:

$$\begin{cases}\boldsymbol{\mu}=\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{X}_i\\ \boldsymbol{X}_c=\boldsymbol{X}_n-\boldsymbol{\mu}\\ \boldsymbol{C}=\dfrac{1}{n-1}\boldsymbol{X}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_c\end{cases} \tag{18}$$

式中,$\boldsymbol{\mu}$为均值向量;$\boldsymbol{X}_i$为i个样本个体构成的数据矩阵;$\boldsymbol{X}_c$为中心化矩阵;$\boldsymbol{X}_n$为上一代中$n=p/2$个较差的航线构成矩阵;$\boldsymbol{X}_c^{\mathrm{T}}$为$\boldsymbol{X}_c$的转置矩阵。然后,构建DS,并利用与前述中心碰撞策略相同的方式更新航线:

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}_{\mathrm{DS}}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{V}\\ \boldsymbol{X}_{\mathrm{new}}=\boldsymbol{X}_{\mathrm{DS}}^{\mathrm{new}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{19}$$

式中,$\boldsymbol{V}$是对矩阵$\boldsymbol{C}$进行特征值分解得到的特征向量矩阵;利用该矩阵将种群映射到DS得到$\boldsymbol{X}_{\mathrm{DS}}$;最后通过逆变换将更新后的航线$\boldsymbol{X}_{\mathrm{DS}}^{\mathrm{new}}$映射回原始空间,此时使用的是矩阵$\boldsymbol{V}$的转置矩阵$\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$,得到逆变换回原始空间后的航线种群$\boldsymbol{X}_{\mathrm{new}}$。

4)空间分配。在航线规划中,算法需要在全局探索和局部开发之间取得平衡。ICCO沿用CCO的动态空间分配策略,根据两个空间(OS和DS)在当前迭代中成功改进解的比例,自适应调

整下一代的个体分配:

$$\begin{cases} r_{\mathrm{OS}}^{t+1}=\dfrac{k_{\mathrm{OS}}^{t}}{k_{\mathrm{OS}}^{t}+k_{\mathrm{DS}}^{t}} \\ r_{\mathrm{DS}}^{t+1}=\dfrac{k_{\mathrm{DS}}^{t}}{k_{\mathrm{OS}}^{t}+k_{\mathrm{DS}}^{t}} \end{cases} \tag{20}$$

式中,k_{OS}^{t}和k_{DS}^{t}分别为在第t次迭代中两个空间产生更优航线的次数;r_{OS}^{t+1}和r_{DS}^{t+1}分别为第$t+1$次代的两个空间分配个体的比例。为确保两个空间均有足够的搜索个体,分配比例限制在[0.3,0.7]范围内。该策略使种群能动态偏向于更高效地产生优质航线的空间,从而加速收敛。

5)边界修正。航线规划过程中所有路径点必须位于规划空间内,且飞行高度不得超出限高。当航线在更新过程中超出规划空间边界时,CCO采用随机重置策略将越界航线重新放置于边界内的随机位置,这种方式可能导致个体丧失原有优化方向,影响算法的收敛效率。针对此问题,ICCO采用确定性边界修正策略,当个体第d维分量x_i^d越界时,直接将其修正至最近的边界值:

$$x_i^d=\min\left(\max\left(x_i^d,B_l^d\right),B_u^d\right) \tag{21}$$

式中,B_l^d和B_u^d分别表示第d维决策变量的下界和上界;x_i^d为第i个个体的第d维分量。若$x_i^d<B_l^d$,则将其修正为B_l^d;若$x_i^d>B_u^d$,则将其修正为B_u^d。相比CCO的随机重置策略,ICCO边界处理方式在保证解可行性的同时,避免随机重置导致的不确定性,提高算法的收敛稳定性。

6)DE。规划后期,ICCO算法已找到接近最优的航线,但仍可能存在局部不平滑的问题,比如某段航线出现不必要的高度波动或角度转折。为此,ICCO在迭代过程中引入差分进化机制[33],以一定概率对部分个体执行差分变异、交叉和贪婪选择,增强局部精细调整能力。

DE操作以概率p_{DE}执行:

$$p_{\mathrm{DE}}=(1-K)\times 0.5 \tag{22}$$

式中,K为原始空间在当前迭代中成功更新次数的归一化比例,由两个空间的历史成功次数动态更新。当K较小时,表明解相关空间的搜索效果更好,此时增加DE的概率,以强化局部精细搜索;当K较大时,则减少DE,以保留原始空间的主导地位。

变异操作:随机选择2个互不相同的个体$\boldsymbol{x}_{r_1}$、$\boldsymbol{x}_{r_2}$,以当前个体$\boldsymbol{x}_i$为基向量生成变异个体$\boldsymbol{v}_i$。$\boldsymbol{v}_i$的表达式为:

$$\boldsymbol{v}_i=\boldsymbol{x}_i+F(\boldsymbol{x}_{r_1}-\boldsymbol{x}_{r_2})N(0,1)^D \tag{23}$$

式中,F为缩放因子;$N(0,1)^D$为D维标准正态分布随机向量,引入随机扰动以增强搜索的随机性。

交叉操作:将变异个体与当前全局最优个体$\boldsymbol{x}_{\mathrm{best}}$按维度进行交叉,生成实验个体$\boldsymbol{c}_i$,表达式为:

$$c_i^d=\begin{cases} v_i^d, r_d<p_c \text{或} d=d_{\mathrm{rand}} \\ x_{\mathrm{best}}^d, \text{其他} \end{cases} \tag{24}$$

式中,r_d为[0,1]均匀分布的随机数;p_c为交叉概率;d_{rand}是从决策变量的所有维度中随机选择的一个维度索引,确保实验个体至少继承变异个体的一维信息。

选择操作:采用贪婪策略选择较优个体进入下一代。其表达式为:

$$\boldsymbol{x}_i^{t+1}=\begin{cases} \boldsymbol{c}_i, F(\boldsymbol{c}_i)\leqslant F(\boldsymbol{x}_i^t) \\ \boldsymbol{x}_i^t, \text{其他} \end{cases} \tag{25}$$

式中,$\boldsymbol{x}_i^t$为第t代种群中的第i个个体;$F(\boldsymbol{c}_i)$、$F(\boldsymbol{x}_i^t)$分别为个体$\boldsymbol{c}_i$、$\boldsymbol{x}_i^t$的适应度值;$\boldsymbol{x}_i^{t+1}$为进入下一代的个体。变异操作使最优航线附近生成微小扰动,交叉操作将变异后的航段与全局最优航线的对应航段混合,通过选择操作保留较优者。这一过程对航线进行局部平滑,能够有效消除不必要的锯齿和波动。

2 低空旅游航线规划实验与分析

2.1 实验区域与算法参数

本文选取中国湖北省武汉市三环线以内区域作为低空旅游航线规划的研究范围。该区域面积约525 km^2,密集分布着东湖风景区、黄鹤楼、江汉路、龟山等重要景区,具有典型的城市低空旅游开发潜力。由于区域面积过大,直接进行全局路径规划将面临搜索空间巨大、计算复杂等问题。为此,本文提出“分块规划-平滑整合”策略:起点设置在汉口附近的后襄河公园中,终点设置在东湖某位置,基于前文景观价值排名表,选取排名最高的5个景区作为路径结点(见图5)。根据路径结点划分出6个连续的子区域,记为环境A~F。在每个子区域内独立使用ICCO生成最优路径,通过三次B样条曲线平滑连接,形成完整航线。该策略使航线不仅经过热门景点,还考虑了景点与景点之间的可观赏性,全面展示区域风景魅力。此外,分段规划不仅有效降低了问题求解难度,还通过6组独立规划结果对ICCO的收敛速度、求解精度和稳定性进行多维度分析,使算法性能评估更具说服力。

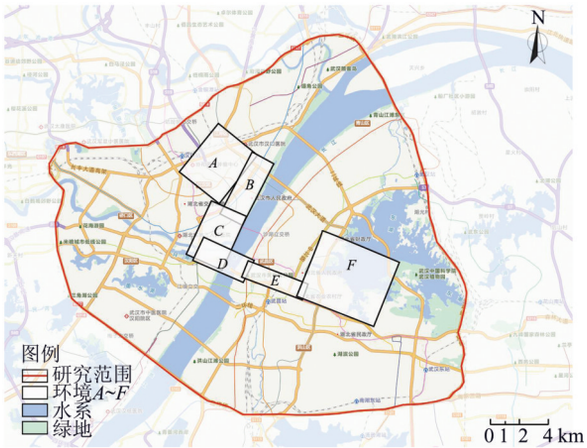


图 5　研究区域

Fig. 5　The Study Area

研究区域的行政区划数据来源于天地图,地形高程数据来源于地理空间数据云平台,空间分辨率为 30 m,建筑高度数据来源于清华大学龙瀛团队发布的中国多属性建筑物数据集,景观区、学校、医院、机场火车站、政府机关用地数据和建筑面数据来源于开放街道地图。

在 ArcGIS 中完成景观吸引区、噪声敏感区、禁飞区的绘制,并根据前文代价公式,分别在景观吸引区、噪声敏感区、禁飞区字段中进行基准代价赋值。所有栅格数据均裁剪至武汉市三环线内、分辨率重采样为 2 m×2 m、投影坐标系定义为 WGS84/UTM 50N。为验证 ICCO 在城市环境低空旅游航线规划中的优越性,选取 3 个主流的启发式优化算法:GA、PSO、GWO,再加上标准 CCO,在环境 A~F 中分别运行 5 种算法,每种算法运行 10 次,本研究的种群规模 P 设置为 80,最大迭代次数 $T_{\max}$ 设置为 100,搜索空间范围 $\left[B_l^d, B_u^d\right]$ 将所有维度的决策变量归一化到 $[0,1]$,最大航程 $L_{\max}$ 设置为 30 km,最大爬升角 $\theta_{\max}$、最大转弯角 $\phi_{\max}$ 均设置为 60°,安全距离 r_0 设置为 5 m。权重系数取值取决于飞行任务的优先级偏好,本文中,为符合旅游飞行任务的要求,引导航线经过高价值景观区域的同时保持较低且稳定的飞行高度,以提升游客的空中观赏感受和乘坐舒适度,将景观代价权重 ω_1 和高度代价权重 ω_2 均设置为 0.3;在保障核心观光体验的前提下,要尽量降低对城市敏感区域的噪声影响并控制运营成本,因此将噪声影响代价权重 ω_3 和航程代价权重 ω_4 均设置为 0.2。各算法参数设计如表 1 所示。

表 1　参数设计表

Table 1　Parameters Design

算法	参数名称	符号	数值
GA	交叉概率	c_p	0.7
	变异概率	m_p	0.01
GWO	控制参数	a	2→0线性递减
	精英狼数量/个	GW_number	3
	随机扰动概率	p_r	0.4
PSO	惯性权重	w	0.8
	学习因子	c_1、c_2	2、2
	速度边界	$[v_{\min}, v_{\max}]$	$[-1,1]$
CCO	初始空间分配比例	k	0.5
ICCO	Levy飞行特征参数	β	1.5
	差分进化缩放因子	F	0.5
	差分进化交叉概率	p_c	0.7
	空间分配比例范围	$[r_{\min}, r_{\max}]$	[0.3,0.7]

2.2　ICCO 与其他算法比较

表 2 统计了 6 组环境中各算法的迭代情况,本文从多个方面分析 ICCO 的表现。

1)求解精度。根据表 2 中的最优值可以看出,ICCO 在 6 个环境中均处于领先水平。在环境 B、C、D、E、F 中,ICCO 的最优值均优于其他算法;在环境 A 中,ICCO 的最优值与 CCO 相当,但优于 GA、GWO 和 PSO;根据最差值可以看出,ICCO 的值也是优于其他算法的,即使在最不利的初始条件下,ICCO 仍能获得接近最优的解。上述结果表明,ICCO 在不同复杂程度的场景下均能获得更高质量的航线解。

2)约束处理能力。根据表 2 中的约束违反次数统计发现,ICCO 在 6 个环境中均实现了 0 次约束违反,充分满足飞行安全要求。B 环境中存在大面积禁飞区,GA、PSO、CCO 算法都出现违反约束的情况,但 ICCO 的 Levy 飞行及智能边界修正策略有效引导路径避开禁飞区,满足地形安全等复杂约束,具备很强的约束处理能力。

3)稳定性。标准差是衡量算法多次运行结果离散程度的关键指标,在 A、B、C、E、F 环境中,ICCO 的标准差均显著小于其他算法,环境 C 中 ICCO 的标准差甚至为 0。环境 D 中 ICCO 的标准差比 CCO 的标准差大,但最优值和最差值还是优于其他算法。此外,ICCO 的均值普遍接近最优值,表明其搜索过程能稳定收敛至高质量解。图 6 中,环境 A~F 的箱线图直观显示了 ICCO 的箱体最为紧凑,表明 ICCO 多次运行结果高度集中,证明了其卓越的鲁棒性和重复性。

4)收敛速度。从图 7 的最优适应度迭代曲线

图中可以发现,在6组环境中,ICCO总是最先发现最优值的。以环境E的最优适应度迭代曲线为例,ICCO在迭代初期(约10代前)快速下降,迅速锁定高质量解区域,随后平稳收敛至最优值。而GA、GWO和CCO收敛缓慢且波动剧烈,PSO虽前期下降很快但后期陷入局部最优,得到较差的解。综合6个环境的迭代曲线,ICCO均表现出最快的收敛速度和最优的最终适应度值。

表2 各算法10次迭代情况统计表

Table 2 Statistics of Results After 10 Iterations for Each Algorithm

环境	算法	最优值	最差值	均值	标准差	约束违反次数
	GA	1 053.81	1 161.51	1 103.19	45.44	0
	GWO	1 049.83	1 057.22	1 052.92	3.06	0
A	PSO	1 049.57	1 056.72	1 054.93	3.06	0
	CCO	1 047.60	1 056.80	1 049.66	4.01	0
	ICCO	1 047.60	1 047.70	1 047.66	0.05	0
	GA	723.08	*	*	*	1
	GWO	710.63	729.61	717.44	7.41	0
B	PSO	686.63	*	*	*	1
	CCO	686.63	*	*	*	1
	ICCO	685.81	697.82	688.44	5.25	0
	GA	725.50	888.74	772.97	66.95	0
	GWO	743.36	812.30	768.24	28.44	0
C	PSO	719.43	883.95	767.70	71.38	0
	CCO	726.30	779.24	748.37	23.14	0
	ICCO	717.64	717.64	717.64	0.00	0
	GA	−1 151.99	−1 003.63	−1 087.43	67.95	0
	GWO	−1 238.95	−1 209.03	−1 220.93	11.48	0
D	PSO	−1 254.84	−1 247.89	−1 250.19	2.90	0
	CCO	−1 257.39	−1 255.99	−1 256.47	0.62	0
	ICCO	−1 262.63	−1 256.13	−1 258.19	2.25	0
	GA	−866.26	15.22	−483.07	344.12	0
	GWO	−1 013.97	−472.93	−895.75	236.78	0
E	PSO	−743.42	*	*	*	3
	CCO	−1 095.48	−300.41	−853.27	316.30	0
	ICCO	−1 098.20	−638.57	−950.27	211.93	0
	GA	−191.86	838.28	101.59	430.95	0
	GWO	−370.89	−355.56	−363.51	5.56	0
F	PSO	−331.76	*	*	*	2
	CCO	−391.10	−383.37	−388.49	2.96	0
	ICCO	−392.68	−390.96	−391.62	0.63	0

注:*表示违反约束得到的值,数值无效。

各算法在同一环境下的性能差异源于其内部搜索机制的不同。GA由于交叉、变异的强随机性,多次运行结果波动极大,标准差始终最大,迭代曲线频繁跳动,且易陷入局部最优而难以找到全局最优解。PSO的粒子沿个体最优与全局最优的连线方向飞行,当最优解靠近禁飞区时容易越过边界,因此在存在禁飞区的环境时易违反约束。GA通过选择操作逐渐淘汰不可行个体,CCO则通过空间分配与中心碰撞引导路径向可行域移动,两者均具有一定的自我修复能力,因而违反次数相对较少,但仍因随机性偶尔产生不可行解。在环境D中,CCO的标准差比ICCO小,但是ICCO的最优值和最差值都比CCO表现得更好,因为此环境有大片景观价值区域,其他算法易陷入景观局部优值,而Levy飞行帮助ICCO跳出局部最优,使其搜索到更优解。环境E的各算法结果差异巨大,这是因为环境E具有地形起伏大、建筑密度高、景观与噪声敏感区密布的特征,这种环境对算法的多目标平衡能力和跳出局部最优能力提出了更高要求,算法在多次运行中收敛到截然不同的权衡点,导致结果差异较大。

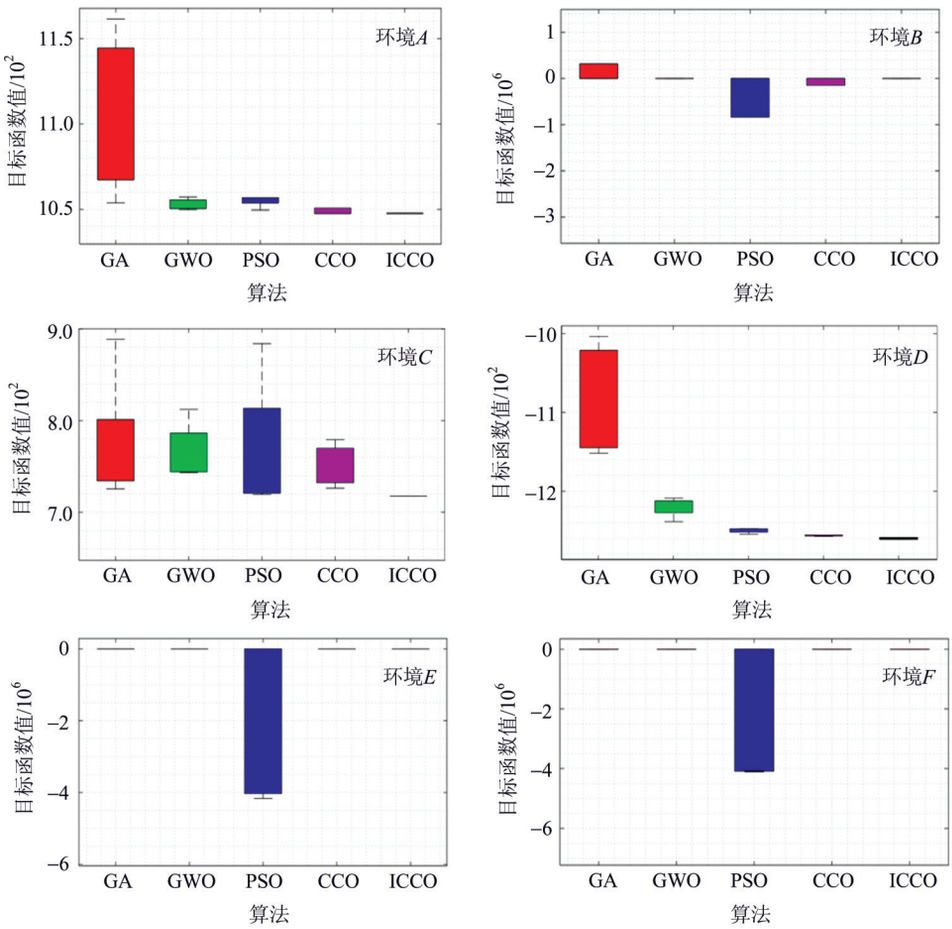


图 6　不同算法结果箱线图

Fig. 6　Box Plots of Different Algorithms

2.3　策略有效性验证

为了验证各项改进策略的独立贡献,本文在ICCO基础上分别删减了4项策略,形成4种变体算法:移除Sobol+反向学习,使用随机初始化(简称为NoInit算法);移除Levy飞行,使用均匀随机向量(简称为NoLevy算法);移除确定性边界修正,改用CCO的随机重置(简称为NoBound算法);移除DE(简称为NoDE算法)。ICCO与4种变体算法在其他参数设置上完全相同,各算法在C环境中运行10次。

实验结果如表3所示,可以看出ICCO在所有评价指标上表现更优,从图8中箱线图可以看出ICCO与NoInit的箱体最为紧凑。将ICCO与各变体算法进行比较,NoInit虽然最终能够收敛到与ICCO最相近的值,但从图9中可以看出,其在迭代初期适应度值巨大,而其他算法的初期适应度值都比NoInit小,这是因为Sobol序列和反向学习为ICCO提供了更高质量的初始航线种群,从而缩短了搜索时间。NoLevy的最优值与ICCO相当,但是最差值比ICCO略高,说明去除Levy飞行后,算法可能会陷入局部最优,导致多次运行结果有差异,而ICCO通过Levy飞行偶发的大步长跳跃增强跳出局部最优的能力,使每次迭代的结果更稳定。NoBound的最优值高于ICCO,最差值、平均值和标准差均远高于ICCO,这表明CCO的随机重置边界处理方式会破坏原有的搜索方向,导致算法要以更大的航程完成路径搜索,而ICCO采用的确定性边界截断直接将越界个体拉回最近的边界值,最大限度地保留路径原有的优化方向,这样能够在保证可行性的同时获得更短的航程和最优的代价,从图9中发现,虽然NoBound的初始解小,但它是这几个算法中最晚找到最优值的,这是因为随机重置导致算法出现扰动,降低了算法的收敛速度。NoDE的最优值与ICCO相当,但是其他指标明显更差,因为DE在后期精细调整中起到了关键作用,缺少它导致多次运行结果不一,无法稳定获得最优解。

2.4　旅游航线规划案例

研究区域面积过大可能导致搜索空间巨大,无法找到可行解,采用分块规划再平滑整合的策

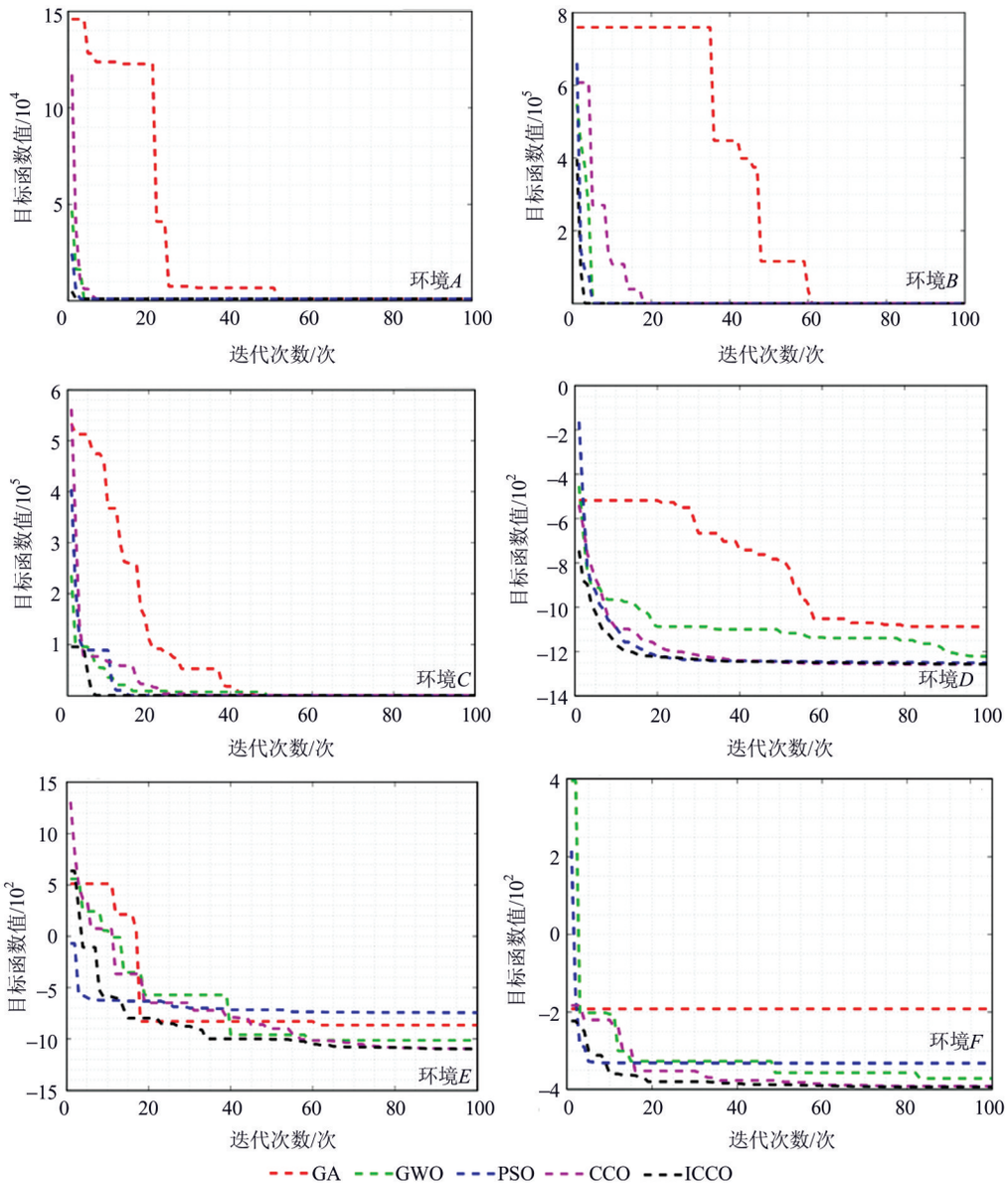


图7 最优适应度迭代曲线图

Fig. 7 Iterative Curve of Optimal Fitness

表3 不同变体算法10次迭代情况统计表

Table 3 Statistics for 10 Iterations of Different Variational Algorithms

算法名称	最优值	最差值	平均值	标准差
NoInit	717.64	717.65	717.64	0.00
NoLevy	717.65	721.91	719.76	1.67
NoBound	721.81	857.87	757.73	56.57
NoDE	717.67	729.45	722.43	6.41
ICCO	717.64	717.64	717.64	0.00

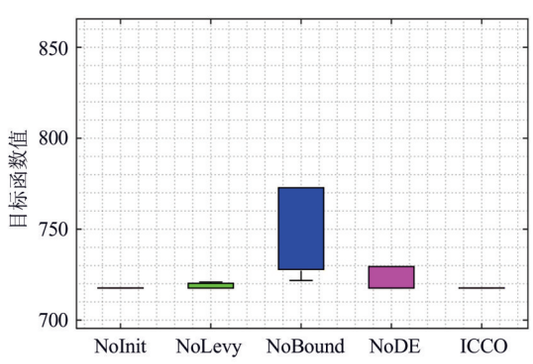


图8 不同变体算法箱线图

Fig. 8 Box Plots of Different Variational Algorithms

略,将起点至终点的全程划分为6个连续区域,在各区域内分别使用ICCO生成最优路径,图10为ICCO算法生成的6条路径,表4展示了各区域生成路径的指标,图11(a)所示将分段路径拼接后发现连接点的转弯角或俯仰角超过约束值60°,采用三次B样条曲线[34]对连接点进行平滑处理(6段航线的连接点高度在路径生成时确保了一

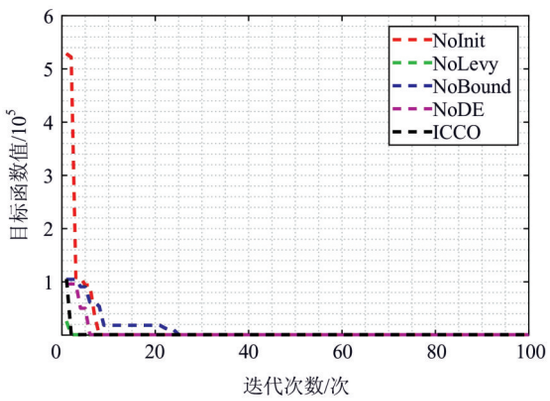


图 9　不同变体算法迭代曲线图

Fig. 9　Iteration plot of Different Variational Algorithms

致),最终生成图 11(b)所示完整航线示意图,修正后的航程约为 29.87 km,未超过飞行器最远航程约束。

3　结　语

针对城市复杂环境下 eVTOL 低空旅游航线规划问题,采用传统的启发式算法易陷入局部最优且不能有效处理大量约束问题,本文以“美观、低扰、平稳、经济”为目标,把景观代价、噪声影响代价、高度代价、航程代价构成的总代价作为目标函数,对 CCO 进行改进:在初始化阶段引入

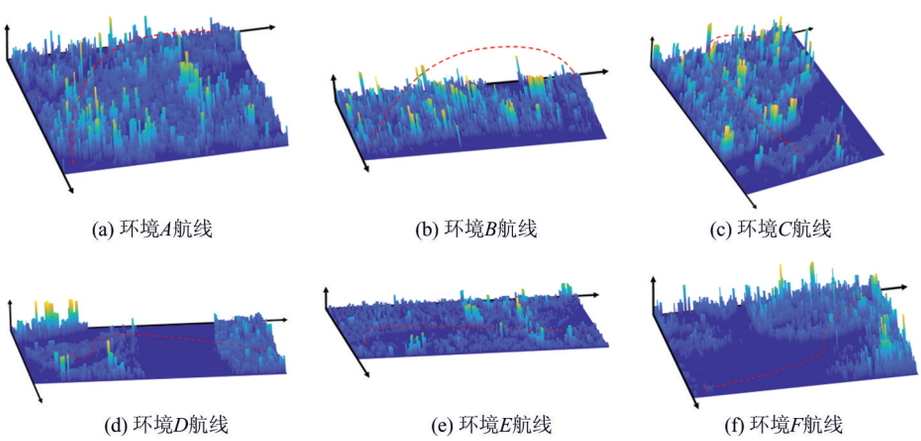


图 10　环境 A～F 航线

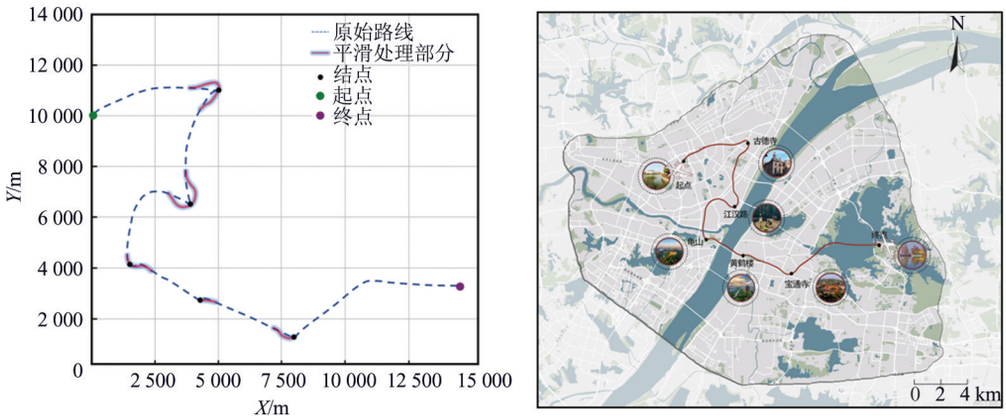
Fig. 10　Flight Routes of Environments A-F

表 4　分段路径指标统计表

Table 4　Statistics of Segmented Route Metrics

区域	航程/m	平均高度/m	目标函数值	最大爬升角/(°)	最大转弯角/(°)	约束违规/次
A	5 234	77	1 048	13	7	0
B	4 958	81	686	16	2	0
C	4 873	66	718	9	13	0
D	3 179	23	−1 263	28	10	0
E	4 112	26	−1 098	22	9	0
F	7 335	30	−393	51	35	0

Sobol序列使初始种群更加均匀,同时采用反向学习增加种群多样性;在中心碰撞策略中加入 Levy 飞行机制,从而避免路径陷入局部最优;在个体更新过程中加入确定性边界修正机制,保留越界个体的搜索趋势;在迭代过程引入DE机制增强局部搜索能力。在仿真实验中,将整个研究区域划分为6个小区域,在多个区域中分别运行 GA、GWO、PSO、CCO、ICCO 并进行对比分析,实验结果验证了改进算法在求解精度、速度、稳定性等方面的优越性。将ICCO生成的分段路径通过B样条曲线平滑连接形成完整旅游航线,整条航线兼具高景观价值、低噪声影响、平稳性、经济性。基于本文的航线规划结果,提出低空旅游运营建议:(1)建议航程安排在白天,每日最后一班航线设置在日落时段;(2)根据季节调整景观代价,春季可增加东湖樱园这类景观区域的吸引值,秋季增加江滩芦苇荡、解放公园红杉林这类区域的吸引值;(3)风速过大对乘客心理产生消极影响,建议通过载人飞行实验确定风速阈值,超过阈值时暂停运营。



(a) 平滑处理示意图 (b) 航线二维示意图

图 11 路径规划结果

Fig. 11 Path Planning Results

本文提出的低空旅游航线规划方法只考虑了静态障碍物规避,没有考虑动态的安全风险,例如地面的人员流动风险、天气影响导致的安全问题等[35-36],未来研究可以加入安全代价,用更全面的体系评估地面、空中的风险;另一方面,本文景观代价的评估只是通过评论文本得分进行简单的分级,未来研究可以更加科学地量化景观代价,制定一套低空景观评价标准。

参 考 文 献

[1] 侯冠宇, 胡宁宁. 向空而兴:中国低空经济研究的特点、趋势与展望[J/OL]. 西北工业大学学报(社会科学版), 2026-05-28. https://link.cnki.net/urlid/61.1352.C.20260519.1446.002.
HOU Guanning, HU Ningning. Soaring Toward the Sky: Characteristics, Trends, and Prospects of Research on China's Low-Altitude Economy [J/OL]. *Journal of Northwestern Polytechnical University* (*Social Sciences*), 2026-05-28. https://link.cnki.net/urlid/61.1352.C.20260519.1446.002.

[2] 沈映春. "低空+文旅"打造文化消费新增长点[J]. 人民论坛, 2025(9): 92-97.
SHEN Yingchun. "Low Altitude+cultural Tourism" to Create a New Growth Point of Cultural Consumption[J]. *People's Tribune*, 2025(9): 92-97.

[3] 唐立, 何彪, 唐昕琛, 等. 融合速度障碍与人工势场法的电动垂直起降飞行器路径规划[J]. 交通运输系统工程与信息, 2026, 26(3): 348-359.
TANG Li, HE Biao, TANG Xinchen, et al. Path Planning for Electric Vertical Take-off and Landing Aircraft Integrating Velocity Obstacle and Artificial Potential Field [J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2026, 26(3): 348-359.

[4] 许涛, 王佩如, 刘春, 等. 复杂山地环境无人机路径规划方法研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2026-03-06. https://ch.whu.edu.cn/article/doi/10.13203/j.whugis20250178.
XU Tao, WANG Peiru, LIU Chun, et al. Path Planning for Unmanned Aerial Vehicles in Complex Mountainous Environments [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2026-03-06. https://ch.whu.edu.cn/article/doi/10.13203/j.whugis20250178.

[5] 徐光辉, 邓赟, 王淑青, 等. 改进凤头豪猪优化算法的无人机三维路径规划[J]. 中南民族大学学报(自然科学版), 2025, 44(2): 237-244.
XU Guanghui, DENG Yun, WANG Shuqing, et al. UAV 3D Path Planning with Improved Crested Porcupine Optimization Algorithm [J]. *Journal of South-Central Minzu University* (*Natural Science Edition*), 2025, 44(2): 237-244.

[6] 占伟伟, 王伟, 陈能成, 等. 一种利用改进A*算法的无人机航迹规划[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(3): 315-320.
ZHAN Weiwei, WANG Wei, CHEN Nengcheng, et al. Path Planning Strategies for UAV Based on Improved A* Algorithm [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(3): 315-320.

[7] 谢继武, 席建新. 瞬态搜索金枪鱼优化城市物流无人机路径规划[J]. 计算机工程与设计, 2023, 44(12): 3745-3753.
XIE Jiwu, XI Jianxin. Urban Logistics UAV Path Planning Based on Transient Search Tuna Optimization [J]. *Computer Engineering and Design*, 2023, 44(12): 3745-3753.

[8] 周星宇, 李姝涵, 薛锋. 基于多智能体图神经网络的城市无人机配送路径优化[J]. 交通运输工程与

信息学报, 2025, 23(4): 50-61.
ZHOU Xingyu, LI Shuhan, XUE Feng. Urban UAV Delivery Routing Optimization via Multi-agent Graph Neural Networks[J]. *Journal of Transportation Engineering and Information*, 2025, 23(4): 50-61.

[9] 刘光才, 金松鹏, 李章萍, 等. 基于改进人工电场算法的城市载人电动垂直起降飞行器路径规划[J]. 科学技术与工程, 2025, 25(1): 238-244.
LIU Guangcai, JIN Songpeng, LI Zhangping, et al. Path Planning of Urban Manned eVTOL Based on the Improved Artificial Electric Field Algorithm[J]. *Science Technology and Engineering*, 2025, 25(1): 238-244.

[10] HILDEMANN M, VERSTEGEN J A. 3D-Flight Route Optimization for Air-Taxis in Urban Areas with Evolutionary Algorithms and GIS[J]. *Journal of Air Transport Management*, 2023, 107: 102356.

[11] YE M, ZHAO J C, GUAN Q L, et al. Research on eVTOL Air Route Network Planning Based on Improved A* Algorithm[J]. *Sustainability*, 2024, 16(2): 561.

[12] CHEN Y N, FU R, JIA S. Flight Path Planning with Ground Risk and Noise Mitigation for Urban Air Mobility[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2026, 270: 112176.

[13] QU W Q, XU C C, TAN X, et al. Preliminary Concept of Urban Air Mobility Traffic Rules[J]. *Drones*, 2023, 7(1): 54.

[14] 刘庆健, 疏利生, 刘刚, 等. 低空无人机路径规划算法综述[J]. 航空工程进展, 2023, 14(2): 24-34.
LIU Qingjian, SHU Lisheng, LIU Gang, et al. A Survey of Low Altitude UAV Path Planning Algorithms[J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2023, 14(2): 24-34.

[15] DANG T M, NGUYEN B D. Hybrid Algorithms in Path Planning for Autonomous Navigation of Unmanned Aerial Vehicle: a Comprehensive Review[J]. *Measurement Science and Technology*, 2024, 35(11): 112002.

[16] WANG J Y, LI Y H, LI R X, et al. Trajectory Planning for UAV Navigation in Dynamic Environments with Matrix Alignment Dijkstra[J]. *Soft Computing*, 2022, 26(22): 12599-12610.

[17] 朱亚凯, 杨雪榕, 史格非. 基于改进A星算法融合改进动态窗口法的无人机动态避障方法研究[J]. 弹箭与制导学报, 2025, 45(5): 602-609.
ZHU Yakai, YANG Xuerong, SHI Gefei. Research on UAV Dynamic Obstacle Avoidance Method Based on Improved A-Star Algorithm Fusion and Improved Dynamic Window Approach[J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2025, 45(5): 602-609.

[18] HUANG T, FAN K G, SUN W. Density Gradient-RRT: an Improved Rapidly Exploring Random Tree Algorithm for UAV Path Planning[J]. *Expert Systems with Applications*, 2024, 252: 124121.

[19] GAO F, LIU J M, FENG Q, et al. Task Allocation and Route Planning for UAV-Based Hybrid Inspection of Transmission Towers, Substations, and Distribution Poles from a Fixed Nest[J]. *Expert Systems with Applications*, 2026, 313: 131625.

[20] 原敏昕, 李源, 程驰, 等. 基于改进自适应遗传算法的无人机巡检航线规划优化方法[J]. 自动化应用, 2026, 67(8): 24-26.
YUAN Minxin, LI Yuan, CHENG Chi, et al. Optimization Method for Unmanned Aerial Vehicle Inspection Route Planning Based on Improved Adaptive Genetic Algorithm[J]. *Automation Application*, 2026, 67(8): 24-26.

[21] MA Z Y, CHEN J. Adaptive Path Planning Method for UAVs in Complex Environments[J]. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 2022, 115: 103133.

[22] 葛小三, 边馥苓. 蚁群算法求解三维表面路径方法的研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2007, 32(4): 366-368.
GE Xiaosan, BIAN Fuling. On Algorithm for 3D Surface Route Optimization Based on Ant Colony Optimization[J]. *Geomatics and Information Science of Wunan University*, 2007, 32(4): 366-368.

[23] DENG X F, WANG Y D. Application of Deep Reinforcement Learning-Enhanced Whale Optimization Algorithm in 3D UAV Path Planning[J]. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2026, 51(9): 12447-12462.

[24] CHEN Y Q, YU Q Z, HAN D, et al. UAV Path Planning: Integration of Grey Wolf Algorithm and Artificial Potential Field[J]. *Concurrency and Computation: Practice and Experience*, 2024, 36(15): e8120.

[25] GUAN J, YE S H, YI W J. MSCPSO: A Multi-strategy Cooperative Particle Swarm Optimization Algorithm for UAV Path Planning[J]. *Expert Systems with Applications*, 2026, 310: 131034.

[26] WANG X, PAN J S, YANG Q Y, et al. Modified Mayfly Algorithm for UAV Path Planning[J]. *Drones*, 2022, 6(5): 134.

[27] CHEN Q, WANG Y J, SUN Y F. An Improved

Dung Beetle Optimizer for UAV 3D Path Planning [J]. *The Journal of Supercomputing*, 2024, 80(18): 26537-26567.

[28] LANG Y F, GAO Y L, CHEN T T, et al. Centered Collision Optimizer: a Novel and Efficient Physics-Based Metaheuristic Optimization Algorithm for Solving Complex Real-World Engineering Optimization Problems [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2026, 448: 118491.

[29] 王雪铖, 占芬, 刘岩, 等. 从产品看中美eVTOL型号审定政策[J]. 大飞机, 2025(7): 39-43.
WANG Xuecheng, ZHAN Fen, LIU Yan, et al. Sino-US eVTOL Model Approval Policy Viewed from Products[J]. *Jetliner*, 2025(7): 39-43.

[30] COUSIN A, JANON A, MAUME-DESCHAMPS V, et al. On the Consistency of Sobol Indices with Respect to Stochastic Ordering of Model Parameters [J]. *ESAIM: Probability and Statistics*, 2019, 23: 387-408.

[31] 汪果果, 白艺杰, 柴梦娟, 等. 基于蝴蝶优化改进算法的无人机三维路径规划[J]. 郑州大学学报(工学版), 2026, 47(3): 57-66.
WANG Guoguo, BAI Yijie, CHAI Mengjuan, et al. Based on Butterfly Optimization Improvement Algorithm for UAVs 3D Path Planning[J]. *Journal of Zhengzhou University (Engineering Science)*, 2026, 47(3): 57-66.

[32] LIU Y H, CAO B Y. A Novel Ant Colony Optimization Algorithm with Levy Flight [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 67205-67213.

[33] YU X B, JIANG N J, WANG X M, et al. A Hybrid Algorithm Based on Grey Wolf Optimizer and Differential Evolution for UAV Path Planning [J]. *Expert Systems with Applications*, 2023, 215: 119327.

[34] 张弛, 丁轶. 基于B样条曲线的无人机航路修正方法研究[J]. 信息化研究, 2019, 45(2): 13-17.
ZHANG Chi, DING Yi. Research on UAV Route Correction Method Based on the B-Spline Curve [J]. *Informatization Research*, 2019, 45(2): 13-17.

[35] HU X T, PANG B Z, DAI F Q, et al. Risk Assessment Model for UAV Cost-Effective Path Planning in Urban Environments [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 150162-150173.

[36] LIN C E, SHAO P C. Failure Analysis for an Unmanned Aerial Vehicle Using Safe Path Planning [J]. *Journal of Aerospace Information Systems*, 2020, 17(7): 358-369.